

Quel(s) indicateur(s) d'inflation sous-jacente pour la Tunisie

Adnen Lassoued¹

L'essor des politiques de ciblage d'inflation a conduit les autorités monétaires à rechercher des indicateurs qui reflètent la tendance de fond de la progression des prix. Le présent travail applique au cas tunisien trois approches alternatives permettant de mesurer l'inflation sous-jacente. Il confronte la mesure classique d'inflation hors alimentation à deux indicateurs à influence limitée et un indicateur extrait d'une analyse factorielle dynamique. Une étude comparative permet de conclure que les nouveaux indicateurs présentent des propriétés statistiques avantageuses mais que le comportement de l'inflation hors alimentation en fait, néanmoins, un indicateur sous-jacent assez fiable et supérieur en termes de crédibilité. Cette mesure par exclusion systématique, qui gagnerait toutefois à être optimisée, serait donc la plus appropriée pour servir à des fins de communication, les autres indicateurs gardant tout leur intérêt pour l'analyse conjoncturelle.

Introduction

Sous l'impulsion du Fonds Monétaire International, nous assistons depuis deux décennies à un recentrage des objectifs de la politique monétaire des banques centrales. Celles-ci se sont progressivement désengagées de l'objectif de croissance au profit de la stricte maîtrise de l'inflation.

Ne faisant pas exception au mouvement général, la Banque Centrale de Tunisie (BCT) a récemment reçu pour mission principale la préservation de la stabilité des prix². Cette volonté affichée ouvre la voie au ciblage d'inflation, un projet prioritaire que la BCT compte mettre en œuvre à moyen terme.

Dans ce cadre, la capacité institutionnelle à correctement analyser et prévoir l'inflation joue un rôle primordial. Les autorités monétaires doivent prendre leurs décisions sur la base de l'évolution

des prix à l'horizon d'efficacité des instruments de politique monétaire (soit un à deux ans). Dans ce contexte, une bonne lecture de la tendance à moyen terme de l'inflation s'impose.

La progression des prix telle que mesurée par le glissement annuel de l'indice des prix à la consommation est assez volatile. Il convient donc d'en éliminer le « bruit » l'affectant afin de ne garder que la tendance de fond. La dernière décennie a connu le développement d'une multitude de méthodologies permettant d'appréhender cette tendance à travers le calcul d'indices d'inflation sous-jacente³.

La présente étude se propose d'appliquer au cas tunisien certaines des méthodologies existantes. Dans la première section de ce document, nous commençons donc par présenter le concept d'inflation sous-jacente. La section suivante explore les principales caractéristiques des données

¹ Observatoire de la Conjoncture Economique (Institut National de la Statistique – Tunisie). L'auteur tient à remercier, sans implication, Matthieu Lemoine pour son aide technique, Moncef Ben Slama, Rached Bouaziz, Laurent Ferrara et Christian Girier pour leurs conseils et suggestions, ainsi que deux référés anonymes pour avoir apporté leurs remarques et corrections à une version préliminaire de ce document. Les éventuelles erreurs et imprécisions demeurent du seul fait de l'auteur. Les opinions qui sont exprimées dans cet article sont celles de l'auteur et n'engagent pas l'Institut National de la Statistique. Email : adnen.lassoued@gmail.com.

² Cf. article 33 de la loi n° 2006-26 du 15 mai 2006.

³ Voir Silver (2006) pour une revue exhaustive de la littérature.

tunisiennes concernant les prix à la consommation. Dans la troisième section, nous exposons les méthodologies de calcul appliquées et les résultats empiriques auxquels nous aboutissons. Le choix parmi ces différents indicateurs fait l'objet de la section suivante. Nous présentons enfin nos conclusions dans la dernière section.

Le concept d'inflation sous-jacente¹

Bien que la littérature sur le sujet soit très abondante, il est difficile de dégager une définition consensuelle de l'inflation sous-jacente. Celle-ci est le plus souvent appréhendée à travers les méthodes permettant de la mesurer plutôt que par ce qu'elle permet de saisir. Néanmoins, les différentes méthodes de mesure peuvent être rattachées à deux concepts généraux. Le premier la définit comme la composante persistante de l'inflation mesurée. Le second concept la définit comme la composante généralisée de l'inflation mesurée. Les deux approches s'accordent toutefois à associer l'inflation sous-jacente aux anticipations et aux pressions de demande et en excluent les chocs d'offre.

L'inflation sous-jacente comme inflation persistante

L'idée d'inflation sous-jacente n'est pas nouvelle. Elle remonte notamment aux travaux fondateurs de Friedman (1963) sur les aspects monétaires du phénomène inflationniste. Il définit ainsi l'inflation comme « une hausse continue et soutenue du niveau général des prix ». A ce propos, il fait la distinction entre une inflation régulière qui se manifeste par un taux de croissance plus ou moins constant et une inflation intermittente qui procède par à-coups. L'importance de cette distinction selon Friedman réside dans le fait que les agents incorporent la part persistante de l'inflation dans leurs anticipations, et non sa part transitoire.

C'est à Eckstein (1981) que nous devons le terme d'inflation sous-jacente (*core inflation*). Eckstein note que « le taux sous-jacent reflète les augmentations de prix rendues nécessaires par les hausses de la tendance des coûts des facteurs de production ». Cette notion se distingue de l'inflation résultant des chocs d'offre transitoires et des variations cycliques de l'inflation issue de la demande agrégée. Selon cette approche, l'inflation pourrait se décomposer comme suit :

$$\pi_t = \underbrace{\pi_t^{LT}}_{\text{inflation sous-jacente}} + \underbrace{g(x_{t-1}) + v_t}_{\text{inflation non sous-jacente}}$$

¹ Dans cette section nous reprenons les principaux éléments présentés par Roger (1998).

où :

π_t est le taux global d'inflation

π_t^{LT} est le taux d'inflation à long terme ou tendanciel

x_{t-1} est une mesure de la pression cyclique de l'excès de demande

v_t est une mesure des perturbations transitoires sur l'inflation.

Plus récemment, Quah et Vahey (1995) ont défini l'inflation sous-jacente comme la « composante de l'inflation observée qui n'a pas d'impact dans le moyen-long terme sur la production réelle ». Contrairement à Eckstein, Quah et Vahey incluent dans leur définition de l'inflation sous-jacente la part cyclique due aux pressions d'excès de demande. Leur décomposition de l'inflation peut donc se formaliser ainsi :

$$\pi_t = \underbrace{\pi_t^{LT} + g(x_{t-1})}_{\text{inflation sous-jacente}} + \underbrace{v_t}_{\text{inflation non sous-jacente}}$$

Comme le souligne Roger (1998), la préférence pour l'une ou l'autre définition dépend avant tout de l'horizon du décideur : s'il accorde plus d'importance au moyen terme, c'est la spécification de Quah et Vahey qui sera la plus appropriée ; si c'est le long terme qui l'intéresse, c'est la spécification d'Eckstein qu'il devrait adopter.

Toutefois, les deux spécifications s'accordent à éliminer les perturbations transitoires. L'inflation sous-jacente doit donc se caractériser par plus de persistance et moins de volatilité que l'inflation observée.

L'inflation sous-jacente comme inflation généralisée

Cette conception trouve son origine dans la définition que fait Okun (1970) de l'inflation comme « un état de hausse généralisée des prix ». Selon ce point de vue, l'inflation se décompose en une composante fondamentale associée aux anticipations et à l'expansion monétaire et une composante liée aux prix relatifs, due aux chocs d'offre. Cette dernière viendrait alors brouiller l'information apportée par la première. Cette conception est traditionnellement celle adoptée par les banques centrales, qui excluent certains postes dont les changements de prix sont jugés perturbateurs de la tendance générale.

Caractéristiques des données tunisiennes

Les données utilisées dans le cadre de cette étude sont celles de l'indice des prix à la consommation (IPC) produites mensuellement par l'Institut National de la Statistique (INS).

L'indice des prix à la consommation

L'INS relève mensuellement le prix de 952 variétés de produits auprès de 2631 points de vente répartis, en milieu urbain, sur tout le territoire tunisien. Ces prix sont agrégés en indices de type Laspeyres au sein de 131 postes de produits, eux-mêmes regroupés en 43 sous-groupes qui constituent *in fine* les 6 groupes principaux de l'indice général (cf. tableau 1 en annexe B). L'INS ne publie que ces deux derniers niveaux d'agrégation. Ce sont donc ces niveaux qui seront considérés dans cette étude.

Tableau 1 :
Moments de distribution des prix relatifs

	IPC en 43 sous-groupes							
	Variations mensuelles				Glissements annuels			
	Moyenne	Ecart-type	Skewness	Kurtosis	Moyenne	Ecart-type	Skewness	Kurtosis
	février 1990 - juin 2008				janvier 1991 - juin 2008			
moyenne	0,3	1,0	1,1	13,0	3,9	3,9	0,3	6,0
médiane	0,3	0,8	1,6	11,0	3,6	3,9	0,2	5,1
	février 1990 - décembre 1999				janvier 1991 - décembre 1999			
moyenne	0,4	1,2	1,3	13,6	4,6	4,3	0,0	4,6
médiane	0,3	1,0	1,7	11,2	4,3	4,1	-0,4	3,8
	janvier 2000 - juin 2008				janvier 2000 - juin 2008			
moyenne	0,3	0,8	1,0	12,3	3,1	3,5	0,7	7,4
médiane	0,3	0,7	1,4	10,9	2,8	3,4	1,0	6,6

Source : INS ; Calculs de l'auteur.

Nous remarquons que la distribution des prix relatifs est volatile, leptokurtique⁷ et asymétrique à droite. Ces caractères sont particulièrement marqués pour les variations mensuelles (cf. graphique 1 en annexe A pour un exemple). Notons que la distribution des glissements annuels était relativement symétrique voire asymétrique à gauche durant les années 1990 ; elle est devenue asymétrique à droite et plus pointue durant les années 2000. Ceci traduit la fin du mouvement de désinflation qui a amené l'accroissement annuel des prix d'une moyenne de 7,7 % en 1991 à 2,6 % en 1999.

Les données couvrent la période s'étalant de janvier 1990 à juin 2008. Les indices sont calculés par référence à l'année de base 2000. Les pondérations sont celles fournies par l'enquête quinquennale sur la consommation des ménages.

Distribution des prix relatifs

Nous étudions dans ce qui suit les quatre premiers moments pondérés⁵ de la distribution des prix relatifs (nous appelons « prix relatif » la variation du prix individuel d'une composante de l'indice). Nous considérons le cas des variations mensuelles et celui des glissements annuels. Pour ce faire, nous avons corrigé les séries de prix des variations saisonnières⁶. Toutefois, les effets calendaires des fêtes mobiles ne sont pas pris en compte.

Le tableau 1 présente les moyennes et médianes des moments de distribution des prix relatifs des 43 sous-groupes de produits selon le type de variation (mensuelle ou annuelle) et la période considérée.

Ces caractéristiques ne sont pas spécifiques au cas tunisien et ont été rapportées pour la plupart des pays, indépendamment de leur niveau de développement. Plusieurs approches théoriques ont tenté d'expliquer ce phénomène. Roger (2000) les résume en trois types :

- Les modèles de « menu costs » qui stipulent qu'il existe des coûts de changement de prix. Ceux-ci ne sont donc pas totalement flexibles. L'asymétrie résulte alors du fait que les firmes désirant augmenter leurs prix le font plus souvent que celles qui sont amenées à les

⁵ Voir annexe C pour les définitions des moments pondérés.

⁶ Les traitements ont été faits à l'aide de Tramo-Seats implémenté sur Demetra 2.1.

⁷ Une distribution leptokurtique est plus « pointue » qu'une distribution normale (cf. annexe C). Les valeurs extrêmes y sont relativement plus fréquentes.

diminuer. Celles-ci laissent leurs prix nominaux fixes et comptent sur l'inflation pour éroder les prix réels.

- Les modèles dans lesquels, même en absence de « menu costs », l'asymétrie trouve son origine dans la présence de rigidités de prix dues notamment au contrôle gouvernemental².
- Les modèles qui expliquent l'asymétrie par une information imparfaite.

Il est à souligner, par ailleurs, que certaines rigidités sont le fait de la mesure statistique. Les instituts de statistique ont parfois pour pratique de reconduire le même niveau de prix que celui observé durant la période précédente en cas d'observation manquante, ce qui a tendance à introduire une inertie artificielle.

Quelques méthodes pour mesurer l'inflation sous-jacente

La recherche très active sur les indicateurs d'inflation sous-jacente a abouti à l'élaboration d'un nombre considérable de méthodologies. Wynne (2008) les classe en trois grandes catégories : les méthodes statistiques utilisant uniquement les données contemporaines sur les prix individuels, les méthodes statistiques combinant les données transversales et en séries temporelles, et enfin les méthodes de modélisation économique dynamique. Dans le cadre de ce travail nous nous limitons à des indicateurs appartenant aux deux premières catégories.

L'exclusion de facteurs spéciaux

C'est la méthode la plus couramment employée par les banques centrales. Elle consiste à éliminer *a priori* les postes de l'indice dont les prix sont le plus sujets à des chocs spécifiques ne reflétant pas un déséquilibre macroéconomique. L'indicateur communément utilisé par les banques centrales est issu de l'IPC dont on retranche les produits alimentaires frais et énergétiques.

Traditionnellement en Tunisie, les autorités commentent l'inflation hors tous produits alimentaires (cf. graphique 2 en annexe A) afin d'appréhender la tendance robuste des prix. Plus récemment, avec la hausse des prix du pétrole, un indice des prix hors énergie est venu étoffer la batterie d'indices publiés par l'INS³.

² Précisons à ce propos que la part des prix encadrés dans le panier de l'IPC tunisien est de 32,2 %.

³ Cet indicateur n'est pas pris en compte dans cette étude en raison de la longueur insuffisante de la série dont nous avons pu disposer.

Cette méthode présente l'intérêt d'être simple et facilement compréhensible par le public. Cependant, elle a les défauts de sa simplicité : en excluant définitivement certains postes, on perd toute contribution de ceux-ci à la tendance générale des prix. Une hausse soutenue des prix de l'énergie, par exemple, a souvent un impact sur le niveau futur des prix des autres biens par le biais d'effets de second tour.

Les estimateurs à influence limitée

L'utilisation de la moyenne comme meilleur estimateur de la tendance centrale d'une distribution n'est valable que si celle-ci est *normale*. Si la distribution de la population de référence s'écarte de la forme *normale*, même en restant symétrique, la moyenne devient un estimateur moins efficace de la tendance centrale que ne l'est par exemple la médiane. Celle-ci est en effet plus résistante car beaucoup moins sensible à la présence de points extrêmes, caractéristiques des distributions leptokurtiques.

Percentiles pondérés

Comme nous l'avons vu plus haut, la distribution des prix relatifs est non seulement leptokurtique mais aussi asymétrique à droite. Dans ce cas, la médiane pondérée serait un estimateur biaisé de la tendance centrale. Un estimateur robuste et non-biaisé devrait correspondre à un percentile se trouvant entre le 50^{ème} et le 100^{ème} percentile de la distribution.

Nous procédons donc par balayage⁴ en calculant les percentiles pondérés au-delà du 50^{ème} percentile. Nous considérons les prix relatifs basés sur les variations mensuelles des prix corrigés des variations saisonnières au niveau des sous-groupes de produits. Ce choix trouve sa justification dans le fait que le glissement annuel garde en mémoire plus longtemps l'effet des chocs : lorsque le prix d'un produit augmente brusquement, l'effet mettra jusqu'à 12 mois pour sortir du glissement annuel. Par ailleurs, comme le montre le graphique 3 en annexe A, la skewness des variations mensuelles varie, en moyenne, moins amplement que celle des glissements annuels. Ce point est particulièrement important, car comme le souligne Roger (1997) une asymétrie trop instable conduirait à un choix de percentile différent selon qu'on se place dans une sous-période ou dans une autre.

Formellement, pour un mois t donné, en notant $\{\tilde{\pi}_{1t}, \dots, \tilde{\pi}_{nt}\}$ les prix relatifs classés par ordre

⁴ Les procédures servant à calculer et optimiser les indicateurs à influence limitée ont été programmées sous SAS.

croissant et $\{\omega_{1t}, \dots, \omega_{mt}\}$ leurs poids respectifs (sommant à 1), le $p^{\text{ième}}$ percentile pondéré est donné par :

$$\pi_p^t \equiv \begin{cases} \frac{1}{2}(\tilde{\pi}_{it} + \tilde{\pi}_{i+1,t}) & \text{si } W_{it} = \frac{p}{100} \\ \tilde{\pi}_{i+1,t} & \text{si } W_{it} < \frac{p}{100} < W_{i+1,t} \end{cases}$$

où $W_{it} = \sum_{j=1}^i \omega_{jt}$ désigne les poids cumulés.

Pour chaque percentile pondéré, nous obtenons une série de variations mensuelles. A partir de cette série, nous reconstruisons un indice égal à 100 en 2000 (pour être en conformité avec la base de l'IPC) et nous en déduisons les glissements annuels. Notre choix se porte alors naturellement sur l'indice le moins biaisé, c'est-à-dire celui dont la moyenne des glissements annuels minimise l'écart avec la moyenne de l'inflation telle que calculée par le glissement annuel de l'IPC.

Nous sélectionnons donc le 65^{ème} percentile (cf. tableau 2 et graphique 4 en annexe A) qui, bien que n'étant pas le moins volatil, est le moins biaisé des percentiles calculés.

Tableau 2 :
Biais des percentiles pondérés

Percentiles	Janv 1991 – Juin 2008			Janv 1991 – Déc 1999			Janv 2000 – Juin 2008		
	moyenne glissement annuel	moyenne inflation	biais	moyenne glissement annuel	moyenne inflation	biais	Moyenne glissement annuel	moyenne inflation	biais
P64	3,64	3,86	0,22	4,37	4,57	0,19	2,86	3,10	0,25
P65	3,81	3,86	0,04	4,60	4,57	-0,03	2,98	3,10	0,13
P66	4,03	3,86	-0,17	4,85	4,57	-0,28	3,16	3,10	-0,05

Source : INS ; Calculs de l'auteur.

Moyennes tronquées

Cette méthode s'apparente à une généralisation de la précédente. Elle consiste à éliminer à chaque date une portion des queues de la distribution des prix relatifs. Contrairement à la méthode par élimination de facteurs spécifiques, les moyennes tronquées éliminent *a posteriori*, mois par mois, les postes les plus fluctuants.

Formellement, en reprenant les mêmes notations que dans la section précédente, la moyenne tronquée symétrique à α % s'écrit :

$$\bar{\pi}_\alpha^t = \frac{1}{1 - 2\frac{\alpha}{100}} \sum_{i \in I_\alpha} \omega_{it} \tilde{\pi}_{it} \quad \text{avec } I_\alpha = \left\{ i \mid \frac{\alpha}{100} < W_{it} < \left(1 - \frac{\alpha}{100}\right) \right\}$$

Cependant, dans le cas d'une distribution asymétrique à droite, une troncature symétrique conduit à un indicateur biaisé qui aura tendance à sous-estimer le niveau moyen de l'inflation. Une solution est d'effectuer une troncature asymétrique en élaguant plus fortement sur la gauche de la distribution. Signalons ici que cette opération conduit à un indicateur moins lisse puisque le gain

en termes de réduction du biais se traduit inéluctablement par une volatilité plus importante⁵.

Pour sélectionner une troncature « optimale » nous procédons par balayages successifs en calculant pour chaque troncature le biais par rapport au glissement annualisé issu de l'IPC ainsi que la RMSE (Root Mean Square Error) et le MAD (Mean Absolute Deviation) calculés par rapport aux glissements annualisés d'une moyenne centrée sur 25 mois de l'IPC⁶.

Formellement, si nous désignons par ga le glissement annualisé de l'IPC, ga^{MA} le glissement annualisé de la moyenne centrée sur 25 mois et ga^* le glissement annualisé de l'indicateur par moyenne tronquée, les critères évalués sur les T mois de l'échantillon sont donnés par :

$$\begin{aligned} \text{biais} &= \frac{\sum_{t=1}^T (ga_t^* - ga_t)}{T} \\ \text{RMSE} &= \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (ga_t^* - ga_t^{MA})^2}{T}} \\ \text{MAD} &= \frac{\sum_{t=1}^T |ga_t^* - ga_t^{MA}|}{T} \end{aligned}$$

Minimiser la RMSE ou le MAD revient à minimiser la volatilité de l'indicateur. Comme signalé plus haut, nous constatons lors des tests

⁵ Voir Le Bihan et Sédillot (1999) pour une discussion du problème de troncature optimale dans le cas d'une distribution asymétrique.

⁶ Nous suivons en ce sens la démarche de Bryan et al. (1997).

effectués que cette minimisation va à l'encontre de la minimisation du biais.

Notre procédure de sélection se déroule donc en deux temps. Dans une première étape nous sélectionnons un ensemble d'indicateurs qui présentent un biais absolu inférieur à un seuil minimum (nous avons considéré un seuil de 0,1 point de déviation par rapport au glissement annualisé de l'IPC). Dans une seconde étape nous choisissons parmi cette première sélection l'indicateur le moins volatil. Cette opération conduit à choisir la troncature asymétrique⁷ (43,15) (cf. graphique 5 en annexe A).

Il est alors intéressant d'examiner la structure d'élagage à laquelle cette troncature aboutit (cf. tableau 2 en annexe B). Nous observons que certains postes de l'alimentation sont souvent éliminés (viandes, œufs, fruits...) alors que d'autres le sont beaucoup moins, comme les produits à base de céréales par exemple. De même, la moyenne tronquée élimine fréquemment certains prix encadrés (tabac, thé et café, transport en commun...) et des prix à forte contribution de l'énergie.

La structure d'élagage est également révélatrice de certaines limites. Les prix des télécommunications sont éliminés quasi systématiquement en raison de la baisse continue des prix dans ce secteur depuis des années : on peut légitimement se demander si cette baisse ne devrait pas plutôt être conservée dans la tendance des prix. D'un autre côté, les prix des loyers et charges sont très peu éliminés car ces prix sont relevés seulement deux fois l'an (en juin et en décembre), créant une saisonnalité artificielle et rendant leur adéquation avec la réalité du marché assez approximative.

Le facteur commun dynamique

Cette approche, basée sur une analyse factorielle dynamique, est directement dérivée de celle élaborée par Stock et Watson (1991) pour extraire un indicateur composite de l'activité économique américaine à partir de quatre séries⁸. Elle présente l'avantage de combiner à la fois les dimensions transversale et temporelle. Dans le cas de l'inflation, nous supposons que chaque prix relatif est constitué d'une composante commune à tous les postes (qui est la composante sous-jacente) et d'une composante spécifique (qui serait un choc idiosyncratique) :

$$\pi_{it} = \pi_t^{com} + \pi_{it}^{spec}$$

⁷ Les chiffres entre parenthèses correspondent aux pourcentages des troncatures gauche et droite.

⁸ L'application à l'inflation a été initiée par Bryan et Cecchetti (1993).

Nous appliquons cette modélisation aux six groupes⁹ de produits de l'IPC pris en glissements annuels centrés (que nous notons gc). Nous modélisons la composante commune selon un AR(2) et les composantes spécifiques selon un AR(1).

$$\begin{aligned} gc_{it} &= com_t + spec_{it} & i &= 1, 2, 3, 4, 5, 6 \\ com_t &= \phi_1 com_{t-1} + \phi_2 com_{t-2} + v_t & v_t &\approx iid N(0, \sigma_v^2) \\ spec_{it} &= \psi_{1i} spec_{i,t-1} + \varepsilon_{it} & \varepsilon_{it} &\approx iid N(0, \sigma_{\varepsilon_i}^2) \\ \underline{et} \ cov(\varepsilon_{it}, v_s) &= 0 & \forall i, \forall s, \forall t \end{aligned}$$

Dès lors, les équations ci-dessus peuvent être mises sous forme d'un modèle espace-état dont les variables d'état (inobservées), constituées par la composante commune et les composantes spécifiques, sont estimées par le filtre de Kalman ; tandis que les paramètres du modèle sont estimés par un algorithme EM qui maximise la fonction de vraisemblance. Les dynamiques estimées¹⁰ sont les suivantes :

$$\begin{aligned} com_t &= 1.63 com_{t-1} - 0.64 com_{t-2} \\ & \quad (60.6) \quad \quad \quad (-21.4) \\ spec_t^{alim} &= 0.94 spec_{t-1}^{alim} & et \ \sigma_{\varepsilon_1}^2 &= 0.62 \\ & \quad (34.2) & \quad \quad \quad (20.4) \\ spec_t^{habitat} &= 0.91 spec_{t-1}^{habitat} & et \ \sigma_{\varepsilon_2}^2 &= 0.13 \\ & \quad (34.2) & \quad \quad \quad (20.8) \\ spec_t^{hyg} &= 0.91 spec_{t-1}^{hyg} & et \ \sigma_{\varepsilon_3}^2 &= 0.46 \\ & \quad (25.8) & \quad \quad \quad (32.2) \\ spec_t^{transp} &= 0.9 spec_{t-1}^{transp} & et \ \sigma_{\varepsilon_4}^2 &= 0.75 \\ & \quad (25.4) & \quad \quad \quad (31.4) \\ spec_t^{habill} &= 0.88 spec_{t-1}^{habill} & et \ \sigma_{\varepsilon_5}^2 &= 0.58 \\ & \quad (24.9) & \quad \quad \quad (34.8) \\ spec_t^{loisir} &= 0.91 spec_{t-1}^{loisir} & et \ \sigma_{\varepsilon_6}^2 &= 0.39 \\ & \quad (31.9) & \quad \quad \quad (26.9) \end{aligned}$$

Le facteur commun ainsi filtré est centré. Nous en déduisons un indicateur d'inflation sous-jacente en lui imposant une moyenne identique à celle de l'inflation observée (cf. graphique 6 en annexe A).

Par ailleurs, une propriété du filtre de Kalman fait que le facteur commun peut s'écrire comme une combinaison linéaire des valeurs présentes et passées des variables observées¹¹ (ici les glissements annuels des composantes de l'indice des prix). L'indice d'inflation sous-jacente calculé revient donc à repondérer implicitement l'indice des prix. Dans le cas tunisien, les pondérations de long terme obtenues sont : 5,1 % pour l'alimentation, 43,7 % pour l'habitation, 13,8 % pour l'hygiène, 7,4 % pour le transport, 15,1 %

⁹ Nous ne considérons pas un niveau de désagrégation plus fin car le nombre de paramètres à estimer croît rapidement avec le nombre de variables ajoutées.

¹⁰ L'estimation a été faite en programmant une procédure sous Views. L'auteur remercie, à ce propos, Matthieu Lemoine pour son aide précieuse.

¹¹ Voir Kim et Nelson (1999) pour des développements détaillés.

pour l'habillement et 14,9 % pour les loisirs et divers. Le poids le plus fort revient à l'habitation qui est la composante la moins volatile alors que le poids de l'alimentation est nettement inférieur à ce qu'il est dans l'IPC.

Quel indicateur choisir ?

En l'absence de définition claire du concept d'inflation sous-jacente, le choix de l'indicateur « optimal » parmi les méthodes présentées reste un sujet de débat qui ne fait pas l'objet d'un consensus dans la littérature.

Critères de crédibilité

L'inflation sous-jacente étant au départ un instrument des banques centrales pour la conduite de leur politique monétaire, des considérations pratiques ont été prises en compte quant aux « bons critères » que doit respecter cet indicateur. Ainsi, Roger (1998) note qu'un indicateur d'inflation sous-jacente doit être :

- rapidement disponible après la période de référence ;
- vérifiable par un agent extérieur ;
- facilement compréhensible par le public ;
- non biaisé par rapport à la mesure d'inflation ciblée.

A ces considérations, Wynne (1999) ajoute que l'indicateur doit en outre :

- avoir un contenu prédictif pour l'inflation ;
- être d'un usage assez répandu ;
- avoir quelques bases théoriques, idéalement dans le domaine de la politique monétaire ;
- ne pas être sujet à révisions.

Le tableau 3 évalue la conformité des indicateurs examinés dans le cadre de cette étude à certains des critères recensés plus haut.

Tableau 3 :
Critères de crédibilité

	Exclusion de facteurs spécifiques	Estimateurs à influence limitée	Facteur commun dynamique
Disponible rapidement	***	***	***
Vérifiable par un agent extérieur	***	**	*
Facilement compréhensible	***	**	*
Usage répandu	***	**	*
Bases théoriques	*	*	*
Non sujet à révision	***	***	*

*** : Conforme au critère / ** : Moyennement conforme / * : Peu conforme.

Comme le fait observer Silver (2006), ces critères ne sont pas tous à considérer au même degré d'importance. C'est au décideur de déterminer lesquels sont les plus pertinents pour guider son choix.

Critères statistiques

Les critères définis plus haut sont assez vagues quant aux caractéristiques statistiques souhaitables que doit respecter un indicateur d'inflation sous-jacente. Le tableau 4 donne un résumé des moments des séries des différents indices, comparés à ceux de l'inflation, sur la période s'étendant de février 1991 à juin 2008.

Tableau 4 :
Moments de l'inflation et des indicateurs sous-jacents

	Inflation	Hors alimentation	65ème percentile	Moyenne tronquée (43,15)	Facteur commun dynamique
Moyenne	3,84	3,72	3,80	3,83	3,84
Médiane	3,58	3,35	3,38	3,55	3,40
Ecart Type	1,67	1,57	1,39	1,35	1,36
Skewness	0,68	0,94	0,65	0,77	1,08
Kurtosis	2,99	3,47	2,44	2,95	3,60

Source : INS ; Calculs de l'auteur.

Ces statistiques, si elles renseignent sur la volatilité et le biais des séries, ne permettent pas toutefois d'apprécier leur comportement par rapport à l'inflation. Marques *et al.* (2000) proposent des tests basés sur la théorie de la cointégration afin d'appréhender les relations de long terme entre l'inflation π_t et le sous-jacent π_t^* .

Sous la condition de leur non-stationnarité¹⁸ :

- (i) π_t et π_t^* doivent être cointégrés avec un coefficient unitaire.
- (ii) π_t^* doit être un « attracteur » pour π_t .
- (iii) π_t ne doit pas être un « attracteur » pour π_t^* .

Ces critères se formalisent comme suit :

- (i) $(\pi_t - \pi_t^*)$ est une variable stationnaire de moyenne nulle.
- (ii) Il existe un modèle à correction d'erreur pour $\Delta\pi_t$ qui peut s'écrire :

$$\Delta\pi_t = \sum_{j=1}^m \delta_j \Delta\pi_{t-j} + \sum_{k=1}^n \gamma_k \Delta\pi_{t-k}^* - \lambda(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^*) + v_t$$

- (iii) π_t^* est fortement exogène *i.e.* il n'y a pas de terme de correction d'erreur dans l'équation

de $\Delta\pi_t^*$ qui est, par ailleurs, déterminé par ses seules valeurs passées.

La mise en œuvre de ces tests est relativement simple. Pour le premier, nous effectuons un test ADF sur $(\pi_t - \pi_t^*)$ puis nous testons la nullité de sa moyenne. Pour le second, il suffit de tester si $\lambda \neq 0$ et positive. Pour le troisième test, il suffit d'écrire l'équation suivante :

$$\Delta\pi_t^* = \sum_{j=1}^m \theta_j \Delta\pi_{t-j}^* + \sum_{k=1}^n \vartheta_k \Delta\pi_{t-k} - \zeta(\pi_{t-1} - \pi_{t-1}^*) + \eta_t$$

et tester si $\zeta=0$ (faible exogénéité) et $\vartheta_1 = \vartheta_2 = \dots = \vartheta_n = 0$.

Le tableau 5 récapitule les résultats des tests pour les indicateurs d'inflation sous-jacente retenus selon les différentes méthodologies. Seul le facteur commun dynamique remplit pleinement toutes les conditions. Le 65^{ème} percentile ne remplit que partiellement la troisième condition en étant faiblement exogène. L'inflation hors alimentation par contre présente un léger biais et n'est pas un attracteur pour l'inflation (l'inflation n'est cependant pas un attracteur pour elle non plus). Enfin, pour ce qui concerne la moyenne tronquée, la convergence à long terme est exercée dans les deux sens.

Tableau 5 :
Tests de Marques *et al.*

	Condition (i)		Condition (ii)	Condition (iii)	
	$(\pi_t - \pi_t^*)$ stationnaire ?	... et de moyenne nulle ?	$\lambda=0$?	$\zeta = 0$?	$\vartheta_1 = \vartheta_2 = \dots = \vartheta_n = 0$?
Inflation hors alimentation	Oui ADF* = -4.04	Non P = 0.04	Oui P = 0.17	Oui P = 0.11	Oui P = 0.06
65 ^{ème} percentile	Oui ADF = -2.90	Oui P = 0.32	Non P = 0.01	Oui P = 0.23	Non P = 0.01
Moyenne tronquée (43,15)	Oui ADF = -3.34	Oui P = 0.62	Non P = 0.01	Non P = 0.02	-
Facteur commun dynamique	Oui ADF = -2.74	Oui P = 0.99	Non P = 0.01	Oui P = 0.56	Oui P = 0.5

* : Les valeurs critiques sont de -2.58 pour un test à 1 % et -1.94 pour un test à 5 %.

Source : INS ; Calculs de l'auteur.

¹⁸ Cette condition est vérifiée dans notre cas compte tenu du mouvement de désinflation durant les années 1990. Marques *et al.* (2000) fournissent des critères similaires dans le cas stationnaire.

Analyse comparative

Par delà les critères statistiques et ceux relatifs à la crédibilité, certains épisodes de la période d'étude sont révélateurs des différences de comportement des indicateurs retenus. De ce fait, ils attirent l'attention sur les divergences d'analyse qui peuvent émaner du choix d'une mesure plutôt que d'une autre.

A titre d'exemple, la période de désinflation des années 1990 – due au démantèlement tarifaire progressif et au renforcement des mécanismes de marché – est interrompue par un rebond inflationniste en 1994-1995. Cette résurgence de l'inflation est principalement la conséquence de deux années de sécheresse qui ont engendré une forte hausse des prix de l'alimentaire. Cette situation constitue un cas typique de choc d'offre qui ne devrait pas être pris en compte pour la conduite de la politique monétaire. Les mesures à influence limitée n'écrètent que partiellement le pic de 1995 alors que le facteur commun et l'inflation hors alimentation l'atténuent considérablement, ne conservant que la partie relative aux pressions de demande.

Les années 1999-2002 sont les dernières années du mouvement de désinflation et marquent la transition vers la période récente. Durant ce passage, l'inflation hors alimentation s'est désolidarisée du facteur commun dont l'évolution est restée proche de celle de l'inflation issue du 65^{ème} percentile (cf. graphique 7 en annexe A). Contrairement à ces indicateurs qui ont continué à baisser graduellement, l'inflation hors alimentation est passée de 3,8 % en avril 1999 à 1,6 % en avril 2000 et a ensuite fluctué autour d'un palier à 2 % jusqu'en avril 2003 ; elle a alors de nouveau rejoint la trajectoire du facteur commun dynamique. Ce mouvement a concerné la plupart des produits manufacturés, faisant suite à la baisse sensible des prix à l'importation en 1997 et 1998 (cf. graphique 8 en annexe A). Cette phase correspond à la mise en application de la première étape de l'accord de libre échange avec l'Union Européenne qui a permis de réduire les coûts des intrants industriels et donc des prix à la production. A ces mesures structurelles est venue se greffer une appréciation conjoncturelle du dinar tunisien face à l'euro (+5,3 % entre avril 1999 et avril 2000) dans le contexte de l'entrée en vigueur effective de la monnaie unique. L'écart du facteur commun par rapport à la trajectoire de l'inflation hors alimentation s'explique essentiellement par la part importante de l'habitation dans la pondération implicite. En effet, pour cette catégorie de produits et services, la désinflation a été progressive entre 1999 et 2003, notamment en raison de la hausse sensible des loyers et charges.

La période récente a été marquée par des phases de plus en plus amples d'accélération et de décélération des prix autour d'une tendance haussière alimentée par l'augmentation soutenue des prix à l'importation, dans un contexte d'ouverture économique croissante.

Malgré une similitude apparente, le pic et le creux d'inflation de 2004-2005 sont différents de ceux de 2006-2007. La première phase est très marquée par le rythme de l'inflation alimentaire qui passe de 7,9 % en mai 2004 à -1,7 % en juillet 2005. Cette situation est bien négociée par l'inflation hors alimentation et est encore plus lissée par le facteur commun. Les indicateurs à influence limitée affichent quant à eux un comportement contrasté : le 65^{ème} percentile minimise bien le pic de 2004 alors que la moyenne tronquée ne l'écrète que partiellement.

Le pic d'inflation de mai 2006 porte en revanche la marque d'une expansion monétaire rapide, engagée dès 2005, et matérialisée notamment par un enflamment des crédits à la consommation. La Banque Centrale de Tunisie est alors intervenue afin de resserrer sa politique monétaire en relevant son taux directeur et en augmentant le taux de réserve obligatoire appliqué aux dépôts à court terme. L'inflation s'est alors repliée, atteignant son creux en avril 2007. Lors de cette phase, les différents indicateurs testés se sont établis à des niveaux assez comparables, même si le pic est un peu plus écrêté par le 65^{ème} percentile. L'inflation sous-jacente est restée relativement plus proche de la mesure de référence que lors de la phase précédente. Ce comportement est assez logique, vu que la majeure partie de la dérive des prix est due à des pressions de demande.

Enfin, le pic d'inflation d'avril 2008 est analysé comme un épisode inflationniste majeur par les deux indicateurs à influence limitée alors que le facteur commun et l'inflation hors alimentation amènent à le considérer plutôt comme un pic comparable à celui de 2006.

Conclusion

Selon la grille de critères statistiques retenus dans cette étude, les indicateurs calculés par les estimateurs à influence limitée et l'analyse factorielle dynamique se sont globalement montrés plus performants que la mesure d'inflation sous-jacente communément utilisée qui exclut l'alimentation de l'IPC. Cependant, cet indicateur basé sur une exclusion *a priori*, qui n'est pas statistiquement optimisé, pourrait être amélioré en procédant à une élimination qui s'appuie sur une

analyse des postes les plus perturbateurs à un niveau de désagrégation fin.

Le fait que l'alimentation soit le groupe de produits le plus fluctuant et que les perturbations qu'il apporte proviennent principalement de chocs d'offre fait certainement de l'inflation hors alimentation un assez fiable indicateur sous-jacent. Il est à ce propos important de noter que l'inflation hors alimentation, malgré une plus grande volatilité, suit le plus souvent la trajectoire du facteur commun dynamique, indicateur qui a les meilleures caractéristiques statistiques parmi ceux qui ont été testés. Elle présente de surcroît l'avantage indéniable d'une plus grande crédibilité par rapport aux indicateurs plus sophistiqués. Cette mesure par exclusion qui gagnerait à être optimisée serait donc la plus adaptée pour servir à des fins de communication.

Mais si le décideur a parfois besoin de sélectionner un seul indicateur d'inflation sous-jacente, la multiplicité des indicateurs n'est pas gênante pour l'analyste. Elle est même préconisée par plusieurs

auteurs, du moment que l'utilisateur connaît les qualités et les limites de chacun d'entre eux. L'indicateur parfait n'existe pas et c'est probablement en examinant le comportement d'une multitude de mesures différentes que l'on peut cerner au mieux le phénomène inflationniste sous-jacent. L'adoption d'une batterie d'indicateurs doit, toutefois, s'accompagner d'une analyse minutieuse du processus de formation de l'inflation.

Signalons enfin que des perfectionnements peuvent encore être apportés aux différents indicateurs sélectionnés dans le cadre de cette étude en améliorant la qualité des données de base de l'indice des prix et leur traitement préalable. D'autres méthodologies devraient également être explorées ; citons parmi elles celles basées sur les VARs structurels qui offrent l'avantage d'un ancrage théorique plus explicite. Des indicateurs obtenus par repondération sur la base de la volatilité ou de la persistance pourraient également présenter un intérêt.

Références Bibliographiques

- Armstrong C. (1951)**, « Seasonal variations and calendar influences », *The American Statistician*, Vol°5-5, pp 10-10.
- Bryan M. F., Cecchetti S. G. (1993)**, « The Consumer Price Index as a Measure of Inflation », *Federal Reserve Bank of Cleveland Economic Review*, n°4, pp 15-24.
- Bryan M. F., Cecchetti S. G., Wiggins R. L. II (1997)**, « Efficient Inflation Estimation », NBER Working Paper n° 6183.
- Eckstein, O. (1981)**, *Core Inflation*, NJ, Prentice Hall.
- Friedman M. (1963)**, *Inflation : Causes and consequences*, Asia Publishing House, New York.
- Kim C.J., Nelson C.R. (1999)**, *State-Space Models with Regime-Switching : Classical and Gibbs-Sampling Approaches with Applications*, MIT Press.
- Le Bihan H., Sédillot F. (1999)**, « Quatre indicateurs d'inflation sous-jacente : application et interprétation. Banque de France », Notes d'études et de recherche, n°69, décembre.
- Marques C. R., Neves P. D., Sarmento L. M. (2000)**, « Evaluating Core Inflation Measures », Banco de Portugal, Working Paper, n° 3-00.
- Okun A. (1970)**, « Inflation : the problems and prospects before us », in A. Okun, H. Fowler and M. Gilbert (eds.), *Inflation : the problems it creates and the policies it requires*, New York University Press, pp 3-53.
- Quah D. Vahey S. P. (1995)**, « Measuring Core Inflation », *Economic Journal*, n°105, September, pp 1130-1144.
- Roger S. (1997)**, « A Robust Measure of Core Inflation in New Zealand », Reserve Bank of New Zealand. Discussion Paper G97/7, Wellington, New Zealand.
- Roger S. (1998)**, « Core Inflation : Concepts, Uses and Measurement ». Reserve Bank of New Zealand. Discussion paper G98/9, July, Wellington, New Zealand.
- Roger S. (2000)**, « Relative Prices, Inflation and Core Inflation », International Monetary Fund (IMF) Working Paper WP/00/58, Washington D.C., IMF.
- Silver M. (2006)**, « Core Inflation : Measurement and Statistical Issues in Choosing Among Alternative Measures », International Monetary Fund (IMF) Working Paper WP/06/97, Washington D.C., IMF.

Stock J.H., Watson M.W. (1991), « A probability model of the coincident economic indicators », in K. Lahiri and G.H. Moore (eds.), *Leading economic indicators; New approaches and forecasting records*, Cambridge University Press.

Wynne M. A. (1999), « Core Inflation : A Review of Some Conceptual Issues », ECB Working Paper Series, n°5.

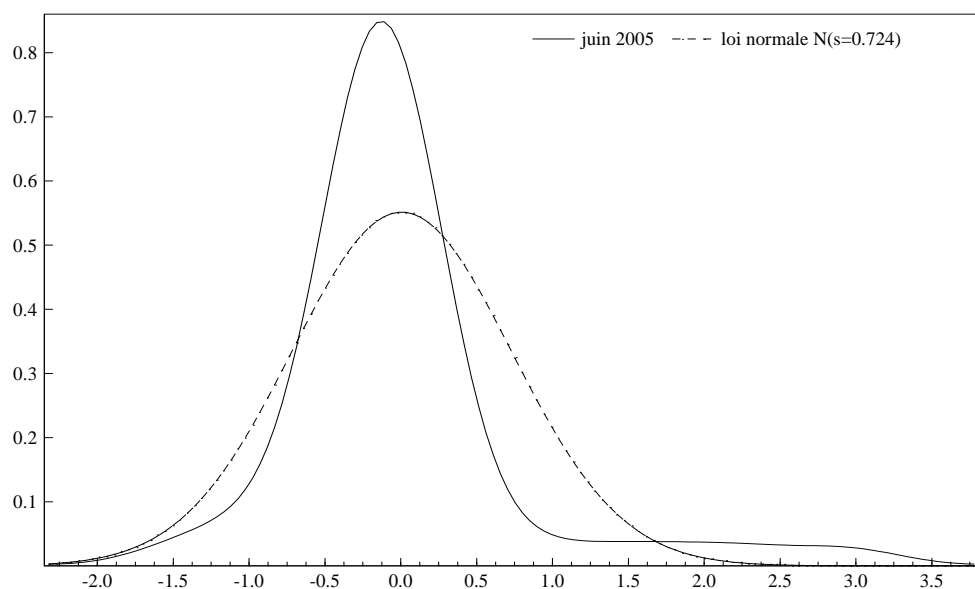
Wynne M. A. (2008), « Core Inflation : A Review of Some Conceptual Issues », Review of the Federal Reserve Bank of St. Louis, May/June, Part 2, pp 205-228.

Annexes

ANNEXE A : Graphiques

Graphique 1 :

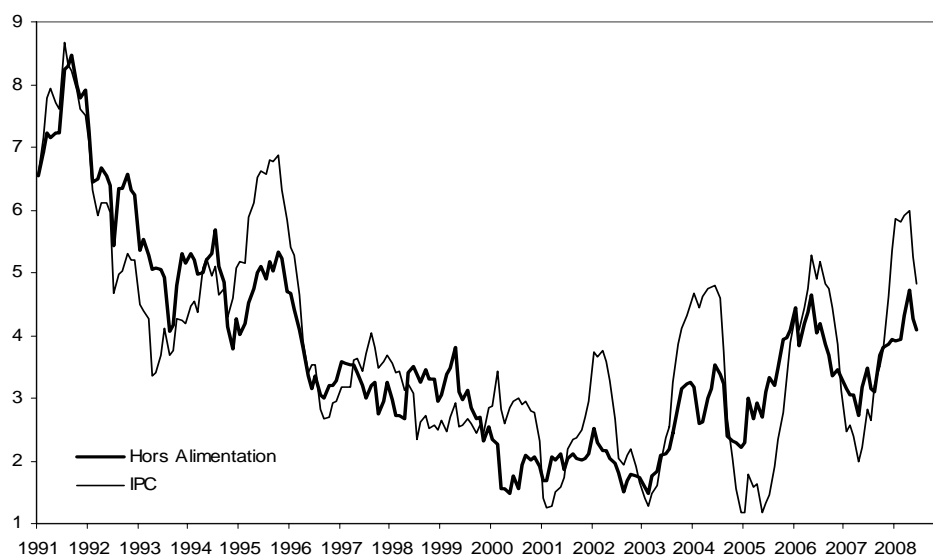
Densité de distribution des variations mensuelles des prix au mois de juin 2005 par rapport à la loi normale



Source : INS ; Calculs de l'auteur.

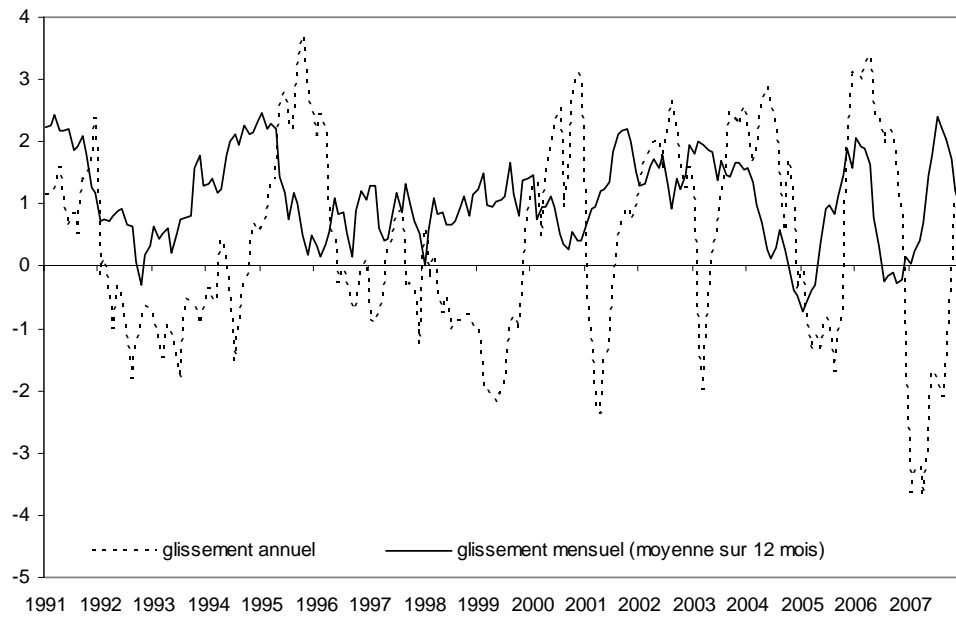
Graphique 2 :

Évolutions en glissements annuels de l'IPC et de l'IPC hors alimentation



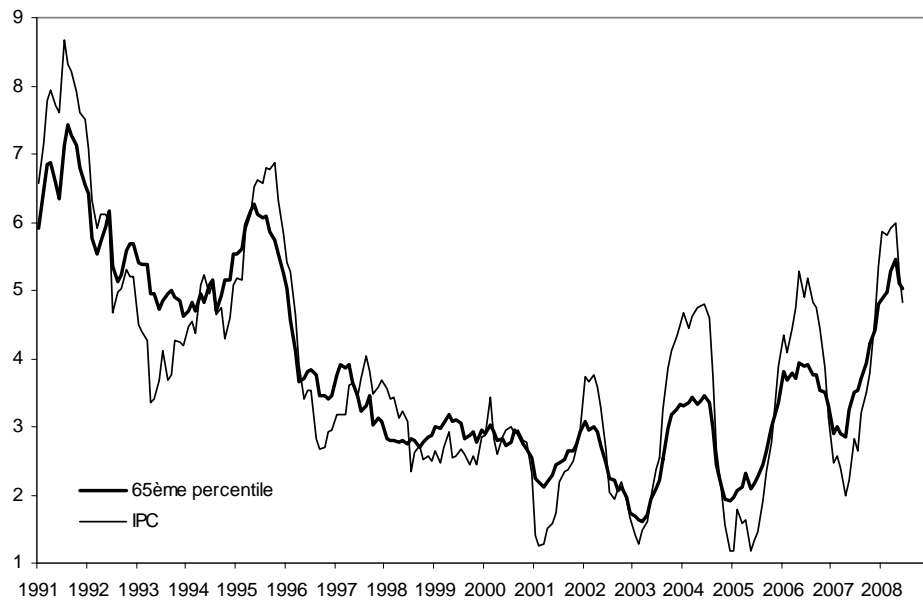
Source : INS ; Calculs de l'auteur.

Graphique 3 :
Evolutions du coefficient d'asymétrie (skewness) selon le type de variation



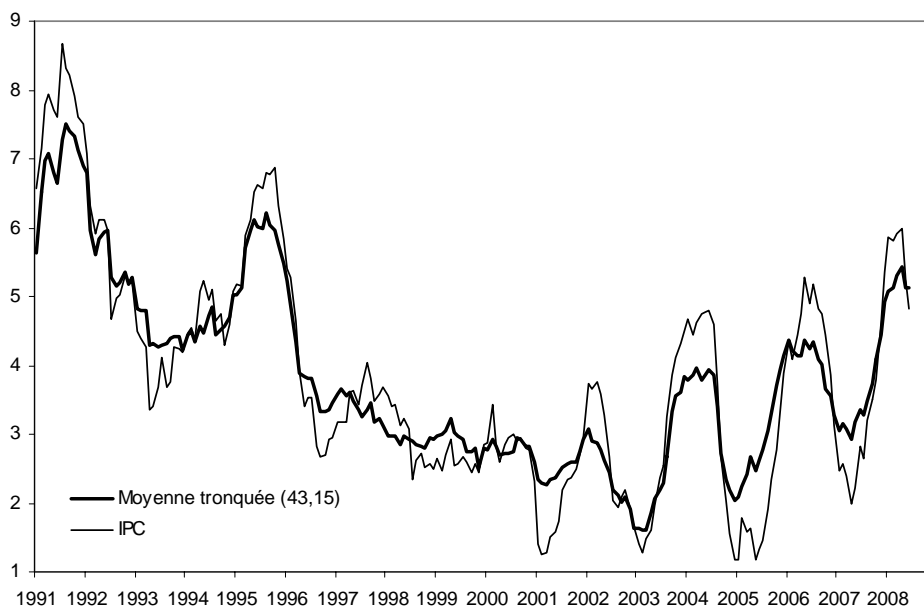
Source : INS ; Calculs de l'auteur.

Graphique 4 :
Evolutions en glissements annuels de l'IPC et du 65^{ème} percentile



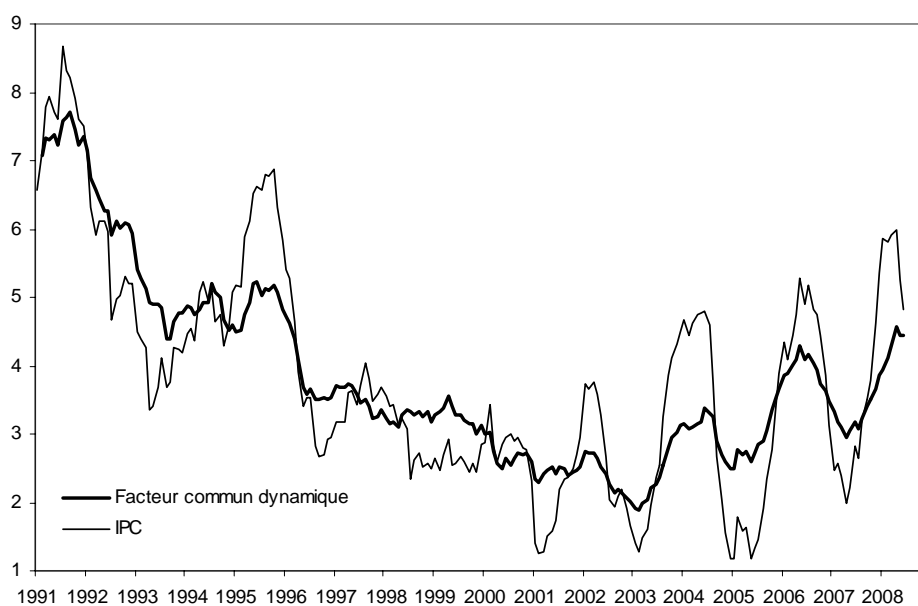
Source : INS ; Calculs de l'auteur.

Graphique 5 :
Evolutions en glissements annuels de l'IPC et de la moyenne tronquée (43,15)



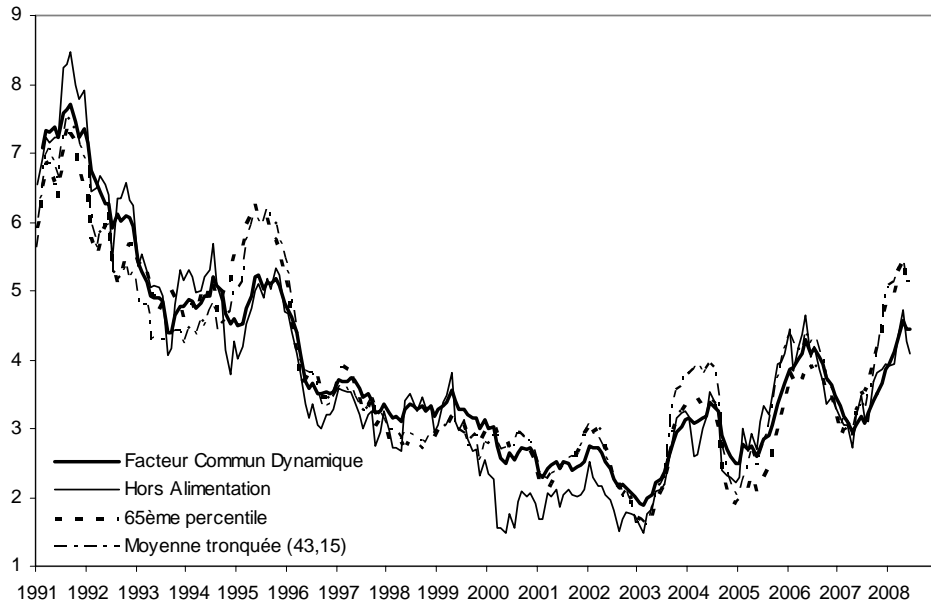
Source : INS ; Calculs de l'auteur.

Graphique 6 :
Evolutions du glissement annuel de l'IPC et du Facteur Commun Dynamique



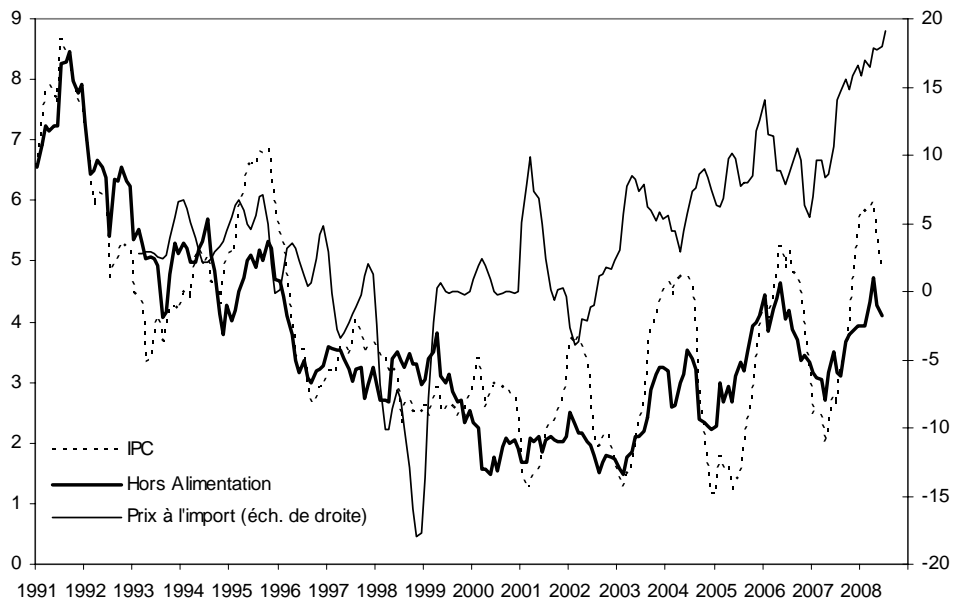
Source : INS ; Calculs de l'auteur.

Graphique 7 :
Evolutions comparées des différents indicateurs d'inflation sous-jacente



Source : INS ; Calculs de l'auteur.

Graphique 8 :
Inflation hors alimentation et glissement annuel des prix à l'importation



Source : INS ; Calculs de l'auteur.

ANNEXE B : Tableaux

Tableau 1 :
IPC par groupes et sous-groupes de produits

	Pondération		Pondération
ALIMENTATION	36,5	PRODUITS A BASE DE CEREALES	5,4
		VIANDES, ABATS ET VOLAILLES	7,0
		POISSONS	1,6
		ŒUFS	1,0
		LAIT ET DERIVES	3,8
		CORPS GRAS	1,8
		LEGUMES	5,3
		SEL ET CONDIMENTS	1,0
		FRUITS	5,5
		SUCRE ET PRODUITS A BASE DE SUCRE	1,8
		THE ET CAFE	0,8
		BOISSONS NON ALCOOLISEES	1,2
		BOISSONS ALCOOLISEES	0,3
HABITATION	17,9	LOYER ET CHARGES	4,2
		ENTRETIEN ET REPARATION DU LOGEMENT	2,2
		DEPENSES D'ENERGIE	4,7
		MOBILIER ET LITERIE	2,4
		APPAREILS MENAGERS	1,9
		VAISSELLE ET USTENSILES DE CUISINE	1,1
		ARTICLES D'AMEUBLEMENT	1,4
HYGIENE ET SOINS	10,5	ARTICLES DE TOILETTE	1,9
		PRODUITS D'ENTRETIEN ET DETERGENTS	1,5
		SERVICES D'HYGIENE	1,6
		DEPENSES MEDICALES ET PHARMACEUTIQUES	5,5
TRANSPORT	10,5	TRANSPORT EN COMMUN	3,8
		TRANSPORT PERSONNEL	5,4
		POSTE ET TELECOMMUNICATIONS	1,4
HABILLEMENT	11,7	VETEMENT DE DESSUS P/ HOMME	2,0
		SOUS VETEMENTS P/ HOMME	0,1
		VETEMENTS DE DESSUS P/ FEMME	1,9
		S/VETEMENTS ET VET.DE NUIT P/ FEMME	0,4
		VETEMENTS P/ ENFANT	2,2
		FRIPPERIE	1,1
		COUVRE TETE ET EFFETS PERSONNELS	0,4
		CHAUSSURES	2,9
		TISSUS ET MERCERIE	0,3
		FRAIS D'HABILLEMENT	0,3
		LOISIRS, CULTURE ET DIVERS	12,9
ARTICLES ET DEPENSES DE LOISIR	1,4		
SPECTACLES	0,3		
BOISSONS ET REPAS	4,4		
ENSEIGNEMENT	3,0		
CULTURE	0,8		
ENSEMBLE	100,0	ENSEMBLE	100,0

Source : INS

Tableau 2 :
Structure d'élagage par la moyenne tronquée (43,15) sur la période 1991-juin2008

Composante	Pourcentage d'élagage
TABAC ET CIGARETTES	96,8
THE ET CAFE	95,5
POSTE ET TELECOMMUNICATION	95,0
BOISSONS ALCOOLISEES	87,8
VIANDES, ABATS ET VOLAILLE	82,8
TRANSPORT EN COMMUN	80,5
OEUFS	75,6
FRUITS	74,2
SPECTACLES	73,8
APPAREILS MENAGERS	70,1
FRAIS D'HABILLEMENT	70,1
ARTICLES ET DEPENSES DE LOISIR	69,2
TRANSPORT PERSONNEL	69,2
CORPS GRAS	68,8
LEGUMES	68,3
SUCRE ET PRODUITS A BASE DE SUCRE	67,4
TISSUS ET MERCERIE	62,4
DEPENSE D'ENERGIE	62,0
SEL ET CONDIMENT	62,0
CULTURE	61,5
SOUS VETEMENTS P/ HOMME	61,5
DEPENSES MEDICALES ET PHARMACEUTIQUES	58,8
LAIT ET DERIVES	57,5
S/ VETEMENTS ET VET.DE NUIT P/ FEMME	57,0
SERVICE D'HYGIENE	52,9
COUVRE TETE ET EFFET PERSONNEL	52,0
POISSONS	51,6
ARTICLES DE TOILETTE	51,1
ARTICLES D'AMEUBLEMENT	48,9
VAISSELLE ET USTENSILES DE CUISINE	48,9
ENTRETIEN ET REPARATION LOGEMENT	47,1
MOBILIER ET LITERIE	46,6
BOISSONS NON ALCOOLISEES	46,2
FRIPPERIE	46,2
BOISSONS ET REPAS	43,0
CHAUSSURES	43,0
VETEMENT DE DESSUS P/HOMME	41,6
VETEMENTS P/ ENFANT	40,3
PRODUITS D'ENTRETIEN ET DETERGENTS	39,4
VETEMENTS DE DESSUS P/ FEMME	39,4
PRODUITS A BASE DE CEREALES	33,9
ENSEIGNEMENT	18,1
LOYER ET CHARGES	16,3

Source : INS ; Calculs de l'auteur.

ANNEXE C : Définitions des moments de distribution pondérés

Moyenne

Le taux d'inflation agrégé π_t pour un mois t peut être exprimé comme la moyenne pondérée des variations des prix individuels π_{it} des composantes de l'indice. Les poids qui leur sont affectés ne sont cependant pas fixes et changent chaque mois.

Ainsi, si P_t désigne l'indice de prix général et P_{it} l'indice de prix individuel de la $i^{\text{ème}}$ composante :

$$P_t = \sum_i w_i P_{it} \quad \text{où } w_i \text{ est la pondération fixe de la } i^{\text{ème}} \text{ composante.}$$

On a alors :

$$\pi_t = \sum_i r_{it} \pi_{it} \quad \text{avec } r_{it} = w_i \frac{P_{it}}{P_{t-l}} \text{ et } l \text{ le nombre de périodes de décalage (} l=1 \text{ dans le cas des variations mensuelles et } l=12 \text{ dans les cas des glissements annuels).}$$

Cette moyenne représente le moment d'ordre 1 de la distribution. Les moments centrés d'ordre supérieur k sont donnés par :

$$m_t^k = \sum_i r_{it} (\pi_{it} - \pi_t)^k$$

Ecart type

C'est la racine carrée du moment centré d'ordre 2. Il mesure la volatilité de la distribution.

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n r_{it} (\pi_{it} - \pi_t)^2}$$

Skewness

C'est le coefficient d'asymétrie de la distribution. Il est issu du moment centré d'ordre 3 :

$$S_t = \frac{m_t^3}{\sigma_t^3}$$

En pratique, il est calculé par :

$$S_t = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n r_{it}^{3/2} \left(\frac{\pi_{it} - \pi_t}{\sigma_t} \right)^3$$

Si S est égal à 0, la distribution est symétrique. Si S est plus petit que 0, la distribution est asymétrique vers la gauche. Si S est plus grand que 0, la distribution est asymétrique à droite.

Kurtosis

C'est le coefficient d'aplatissement de la distribution. Il est issu du moment centré d'ordre 4 :

$$K_t = \frac{m_t^4}{\sigma_t^4}$$

En pratique, on calcule l'*excess kurtosis* donné par :

$$K_t = \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum_{i=1}^n r_{it}^2 \left(\frac{\pi_{it} - \pi_t}{\sigma_t} \right)^4 - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$$

Lorsqu'il est positif, cela indique que la distribution est « pointue » par rapport à une distribution *normale* (on parle alors de distribution *leptokurtique*). Lorsqu'il est négatif, cela indique que la distribution est relativement « écrasée » (elle est dite alors *platikurtique*).

